

**Úloha 1** V úlohe používame pravidlá pre počítanie s mocninami.

$$\frac{3bx}{9yb} \qquad \frac{-4x^2rz}{r^2x^3z^2}$$

$$\frac{-9xa^2z^3}{15x^2a^2z^2} \qquad \frac{25m^2n^3p}{10m^3p^3}$$

$$\frac{-49P^5R}{45R^4P^3} \qquad \frac{4QR^2}{-4R^4Q^3}$$

**Úloha 2** V úlohe používame rozklady výrazov vynímaním.

$$\frac{ax+bx}{ay+by} \qquad \frac{mx-my}{nx-ny}$$

$$\frac{x-3}{5x-15} \qquad \frac{x^2+xy}{2x+2y}$$

$$\frac{x-1}{x^2-x} \qquad \frac{3x-6}{x^2-2x}$$

$$\frac{2x+10}{x^2+5x} \qquad \frac{2x^2-6x}{3x-9}$$

$$\frac{4x-x^2}{2x-8} \qquad \frac{n^2-n+1}{an^2-an+a}$$

**Úloha 3** V úlohe používame rozklady výrazov podľa vzorca

$$A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A + B) \cdot (A + B)$$

$$A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A - B) \cdot (A - B)$$

a)  $\frac{x^2 - xy}{x^2 - 2xy + y^2} \qquad \frac{3x^2 - 18x}{x^2 - 12x + 36}$

$$\frac{2x - 6}{x^2 - 6x + 9} \qquad \frac{3x - 3}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25}$$

$$\frac{a^2 - 9a}{a^2 - 18a + 81}$$

$$\text{b) } \frac{x^2 + 5x}{x^2 + 10x + 25}$$

$$\frac{5x + 20}{x^2 + 8x + 16}$$

$$\frac{3x + 9}{x^2 + 6x + 9}$$

$$\frac{2x + 4}{4 + 4x + x^2}$$

$$\frac{-y^2 - 7y}{y^2 + 14y + 49}$$

$$\frac{-5 - z}{z^2 + 10z + 25}$$

#### Úloha 4 V úlohe používame rozklady výrazov podľa vzorca

$$A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$$

$$\frac{1 - x^2}{x^3 - x^2}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x}$$

$$\frac{25 - a^2}{a^2 - 5a}$$

$$\frac{b^2 + 1}{b^4 - 1}$$

$$\frac{49 - a^4}{a^3 - 7a}$$

$$\frac{16 - y^2}{4 - y}$$

#### Výsledky:

##### Úloha 1

$$\frac{3bx}{9yb} = \frac{x}{3y} \quad y \neq 0, \quad b \neq 0$$

$$\frac{-4x^2rz}{r^2x^3z^2} = \frac{-4}{xrz} \quad r, x, z \neq 0$$

$$\frac{-9xa^2z^3}{15x^2a^2z^2} = \frac{-3z}{5x} \quad a, x, z \neq 0$$

Pri počítaní s mocninami využívame vzorce:

O násobení – základ mocnín opíšeme,  
exponenty sčítame  
 $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

O delení – základ opíšeme,  
exponenty odčítame  
 $a^r : a^s = a^{r-s}$

$$\frac{25m^2n^3p}{10m^3p^3} = \frac{5n^3}{2mp^2} \quad m, p \neq 0$$

$$\frac{-49P^5R}{45R^4P^3} = \frac{-7P^2}{5R^3} \quad R, P \neq 0$$

$$\frac{4QR^2}{-4R^4Q^3} = -\frac{1}{Q^2R^2} \quad R, Q \neq 0$$

V týchto úlohách pri krátení výrazov s mocninami vždy delíme **mocninou s väčším mocniteľom** mocninou s menším mocniteľom  
 Napríklad:  
 $m^3 : m^2 = m^{3-1} = m^2$   
**Výsledok delenia píšeme na „mieste“ mocniny s väčším mocniteľom.**

## Úloha 2

$$\frac{ax + bx}{ay + by} = \frac{x \cdot (a + b)}{y \cdot (a + b)} = \frac{x}{y} \quad y \neq 0, \quad a \neq -b$$

$$\frac{mx - my}{nx - ny} = \frac{m \cdot (x - y)}{n \cdot (x - y)} = \frac{m}{n} \quad n \neq 0, \quad x \neq y$$

$$\frac{x - 3}{5x - 15} = \frac{x - 3}{5 \cdot (x - 3)} = \frac{1}{5} \quad x \neq 3$$

$$\frac{x^2 + xy}{2x + 2y} = \frac{x \cdot (x + y)}{2 \cdot (x + y)} = \frac{x}{2} \quad x \neq -y$$

$$\frac{x - 1}{x^2 - x} = \frac{x - 1}{x \cdot (x - 1)} = \frac{1}{x} \quad x \neq 0, \quad x \neq 1$$

$$\frac{3x - 6}{x^2 - 2x} = \frac{3 \cdot (x - 2)}{x \cdot (x - 2)} = \frac{3}{x} \quad x \neq 0, \quad x \neq 2$$

$$\frac{2x + 10}{x^2 + 5x} = \frac{2 \cdot (x + 5)}{x \cdot (x + 5)} = \frac{2}{x} \quad x \neq 0, \quad x \neq -5$$

$$\frac{2x^2 - 6x}{3x - 9} = \frac{2x \cdot (x - 3)}{3 \cdot (x - 3)} = \frac{2x}{3} \quad x \neq 3$$

$$\frac{4x - x^2}{2x - 8} = \frac{-x \cdot (x - 4)}{2 \cdot (x - 4)} = \frac{-x}{2} \quad x \neq 4$$

$$\frac{n^2 - n + 1}{an^2 - an + a} = \frac{n^2 - n + 1}{a \cdot (n^2 - n + 1)} = \frac{1}{a} \quad a \neq 0, \quad n^2 - n + 1 \neq 0$$

Pri riešení týchto úloh, používame vynímanie pred zátvorku. Potom krátime zo súčinu **celú zátvorku**.

**Pozor!**

**Krátime, keď máme v zlomku súčin („krát“).**

**Pri podmienke pre lomený výraz určujeme, pre ktoré neznáme sa menovateľ zlomku nerovná 0.**

Podmienku riešime najčastejšie z **druhého zlomku, po vynímaní**.

Často riešime nerovnicu.

Napríklad:

$$a + b \neq 0 \quad / - b$$

$$a \neq -b$$

$$x - 3 \neq 0 \quad / + 3$$

$$x \neq 3$$

### Úloha 3

a) V **čitateli vynímame** pred zátvorku, v **menovateli použijeme vzorec**

$$A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A - B) \cdot (A - B)$$

$$\frac{x^2 - xy}{x^2 - 2xy + y^2} = \frac{x \cdot (x - y)}{(x - y) \cdot (x - y)} = \frac{x}{x - y} \quad x - y \neq 0 \Rightarrow x \neq y$$

$$\frac{3x^2 - 18x}{x^2 - 12x + 36} = \frac{3x \cdot (x - 6)}{(x - 6) \cdot (x - 6)} = \frac{3x}{x - 6} \quad x - 6 \neq 0 \Rightarrow x \neq 6$$

$$\frac{2x - 6}{x^2 - 6x + 9} = \frac{2 \cdot (x - 3)}{(x - 3) \cdot (x - 3)} = \frac{2}{x - 3} \quad x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3$$

$$\frac{3x - 3}{x^2 - 2x + 1} = \frac{3 \cdot (x - 1)}{(x - 1) \cdot (x - 1)} = \frac{3}{x - 1} \quad x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$\frac{x^2 - 5x}{x^2 - 10x + 25} = \frac{x \cdot (x - 5)}{(x - 5) \cdot (x - 5)} = \frac{x}{x - 5} \quad x - 5 \neq 0 \Rightarrow x \neq 5$$

$$\frac{a^2 - 9a}{a^2 - 18a + 81} = \frac{a \cdot (a - 9)}{(a - 9) \cdot (a - 9)} = \frac{a}{a - 9} \quad a - 9 \neq 0 \Rightarrow a \neq 9$$

b) V **čitateli vynímame** pred zátvorku, v **menovateli použijeme vzorec**

$$A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A + B) \cdot (A + B)$$

$$\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 10x + 25} = \frac{x \cdot (x + 5)}{(x + 5) \cdot (x + 5)} = \frac{x}{x + 5} \quad x + 5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -5$$

$$\frac{5x + 20}{x^2 + 8x + 16} = \frac{5 \cdot (x + 4)}{(x + 4) \cdot (x + 4)} = \frac{5}{x + 4} \quad x + 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -4$$

$$\frac{3x + 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{3 \cdot (x + 3)}{(x + 3) \cdot (x + 3)} = \frac{3}{x + 3} \quad x + 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq -3$$

$$\frac{2x + 4}{4 + 4x + x^2} = \frac{2 \cdot (x + 2)}{(2 + x) \cdot (2 + x)} = \frac{2}{x + 2} \quad x \neq -2$$

$$\frac{-y^2 - 7y}{y^2 + 14y + 49} = \frac{-y \cdot (y + 7)}{(y + 7) \cdot (y + 7)} = \frac{-y}{y + 7} \quad y \neq -7$$

Zátvorky vo výsledku  
nemusíme písať:

$$\frac{x}{(x + 5)} = \frac{x}{x + 5}$$

$$\frac{-5-z}{z^2+10z+25} = \frac{-1 \cdot (5+z)}{(z+5) \cdot (z+5)} = \frac{-1}{z+5} \quad z \neq -5$$

#### Úloha 4

V **zlomkoch vynímame** pred zátvorku, používame vzorec **vzorec**

$$A^2 - B^2 = (A+B) \cdot (A-B)$$

$$\frac{1-x^2}{x^3-x^2} = \frac{(1+x) \cdot (1-x)}{-x^2 \cdot (-x+1)} = \frac{1+x}{-x^2} = -\frac{x+1}{x^2} \quad x \neq 0, \quad x \neq 1$$

$$\frac{x^2-4}{x^2-2x} = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{x \cdot (x-2)} = \frac{x+2}{x} \quad x \neq 0, \quad x \neq 2$$

$$\frac{25-a^2}{a^2-5a} = \frac{(5-a) \cdot (5+a)}{-a \cdot (-a+5)} = \frac{5+a}{-a} = -\frac{a+5}{a} \quad a \neq 0, \quad a \neq 5$$

$$\frac{b^2+1}{b^4-1} = \frac{b^2+1}{(b^2+1) \cdot (b^2-1)} = \frac{1}{b^2-1} \quad b \neq \pm 1$$

$$\frac{49-a^4}{a^3-7a} = \frac{(7+a^2) \cdot (7-a^2)}{-a \cdot (7-a^2)} = -\frac{7+a^2}{a} \quad a \neq 0, \quad a \neq \pm\sqrt{7}$$

$$\frac{3x^2-108}{x^2-12x+36} = \frac{3 \cdot (x^2-36)}{(x-6) \cdot (x-6)} = \frac{3 \cdot (x+6) \cdot (x-6)}{(x-6) \cdot (x-6)} = \frac{3(x+6)}{x-6} \quad x \neq 6$$

Aj v tejto úlohe určujeme **podmienku pre zlomok z druhého zlomku**, po vynímaní a po rozklade.

Vo výrazoch platí **komutatívny zákon**:

$$-a+5=5-a$$

**Poznámka:**

V lomených výrazoch používame rozklady výrazov v čitateli a menovateli:

**Vynímaním**

**Postupným vynímaním**

**Vzorcami**

**Úloha s použitím postupného vynímania:**

$$\frac{ax+bx+2a+2b}{x+2} = \frac{x \cdot (a+b) + 2 \cdot (a+b)}{x+2} = \frac{(a+b) \cdot (x+2)}{x+2} = \frac{a+b}{1} = a+b$$

$$x \neq -2$$