

Kvadratické rovnice riešené pomocou diskriminantu

Za **kvadratické rovnice s neznámou x** považujeme rovnice, ktoré sa dajú upraviť na tvar $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, pričom a, b, c sú z oboru reálnych čísel.

Pre koeficient a platí podmienka $a \neq 0$.

V rovnici $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ nazývame:

$a \cdot x^2$ **kvadratický člen**

$b \cdot x$ **lineárny člen**

c **absolútny člen**

Kvadratické rovnice sa riešia rôznymi spôsobmi, najčastejšie však pomocou čísla, ktoré označujeme písmenom D a nazývame **diskriminant kvadratickej rovnice**.

Počítame ho pomocou koeficientov danej kvadratickej rovnice: $D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$.

Potom **riešenie (korene) kvadratickej rovnice** $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ vypočítame pomocou vzťahov:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

Zvykneme písať $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$.

1. Rieš rovnice v obore reálnych čísel:

a) $x^2 + 2x - 3 = 0$

b) $3x^2 - x - 2 = 0$

c) $x^2 + 5x - 3 = 0$

Riešenie:

Diskriminant a vzťahy pre korene kvadratickej rovnice obsahujú koeficienty a, b, c . Preto je vhodné najprv si ich určiť a potom dosadiť do vzorcov.

a)
$$\begin{array}{ccc} 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 3 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{array}$$

$a = 1$ (nachádza sa pri x^2)

$b = 2$ (nachádza sa pri x)

$c = -3$ (neobsahuje neznámu)

Potom:

$$\begin{array}{l} D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \\ D = 4 + 12 \\ D = 16 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_1 = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ x_1 = \frac{-2 + 4}{2} \\ x_1 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_2 = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \\ x_2 = \frac{-2 - 4}{2} \\ x_2 = -3 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c} 3 \cdot x^2 - 1 \cdot x - 2 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{array}$$

$a = 3$ (nachádza sa pri x^2)
 $b = -1$ (nachádza sa pri x)
 $c = -2$ (neobsahuje neznámu)

Potom:

$$\begin{array}{l} D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ D = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) \\ D = 1 + 24 \\ D = 25 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \cdot 3} \\ x_1 = \frac{1 + 5}{6} \\ x_1 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_2 = \frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \cdot 3} \\ x_2 = \frac{1 - 5}{6} = \frac{-4}{6} \\ x_2 = -\frac{2}{3} \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{c} 1 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 3 = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \end{array}$$

$a = 1$ (nachádza sa pri x^2)
 $b = 5$ (nachádza sa pri x)
 $c = -3$ (neobsahuje neznámu)

Potom:

$$\begin{array}{l} D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ D = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) \\ D = 25 + 12 \\ D = 37 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_1 = \frac{-5 + \sqrt{37}}{2 \cdot 1} \\ x_1 = \frac{-5 + \sqrt{37}}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2 \cdot a} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{37}}{2 \cdot 1} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{37}}{2} \end{array}$$

V koreňoch rovnice necháme odmocninu z 37, pretože jej hodnotu môžeme určiť len približne.

Nasledujúce rovnice je potrebné najprv upraviť na tvar $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$ a potom použiť diskriminant.

2. Rieš rovnice v obore reálnych čísel:

a) $x \cdot (x + 9) - 10 = 0$

b) $x \cdot (1 + x) - 12 = 0$

c) $x \cdot (x + 6) = 7$

d) $x^2 = 4 \cdot (x + 3)$

e) $x^2 - 2 \cdot (x + 1) = 4x - 7$

3. Rieš rovnice v obore reálnych čísel:

a) $(x - 2) \cdot (x + 3) = 5x - 1$

b) $(x + 3)^2 - 2x = 6$

c) $(x - 4)^2 - 2x = 2 \cdot (1 + x)$

d) $3 \cdot (2x + 5)^2 + 4x = 6 + 15x$

4. Rieš rovnice v obore reálnych čísel:

a) $\frac{x^2 - 2}{3} = -5x$

b) $\frac{x - x^2}{5} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{8} = 1$

d) $\frac{x^2 + 2}{4} - \frac{x - 1}{3} = \frac{3}{4}$

Riešenie úloh konzultuj so svojím učiteľom matematiky.

Riešenie 2:

a) $x_1 = -10, x_2 = 1$

b) $x_1 = -4, x_2 = 3$

c) $x_1 = -7, x_2 = 1$

d) $x_1 = 6, x_2 = -2,$

e) $x_1 = 5, x_2 = 1$