

"Človek sa podobá zlomku,
v ktorom čitateľ je to, čo je naozaj,
a menovateľ to, čo si o sebe myslí.
Čím je menovateľ väčší, tým menší je zlomok."

Lev Nikolajevič Tolstoj

Za lomený výraz považujeme **zlomok**, ktorý má v menovateli výraz s neznámou.
Lomené výrazy sú často súčasťou rôznych vzorcov, ktoré poznáme z fyziky,
z geometrie, z elektrotechniky a iných vied.

Napríklad: $\frac{8}{s}$, $\frac{12}{R}$, $\frac{20}{t+2}$, $\frac{1}{x-1}$, $\frac{10}{v}$...

Keďže lomený výraz je zlomkom, vyžaduje riešenie úloh s lomenými výrazmi
určovanie podmienky pre neznámu v menovateli.

Menovateľ zlomku sa nesmie rovnať 0.

Napríklad:

$$\frac{2}{x}, \quad x \neq 0 \qquad \frac{-5}{3y}, \quad y \neq 0 \qquad \frac{x}{x+2}, \quad x \neq -2 \qquad \frac{1}{x-1}, \quad x \neq 1$$

$$\frac{5+y}{2y+4}, \quad y \neq 2 \qquad \frac{z}{z^2-9}, \quad z \neq \pm 3 \qquad \frac{1}{p^2+4p+4}, \quad p \neq -2$$

V prípade rôznych fyzikálnych veličín sú podmienky určené aj inak (rýchlosť, čas,
dráha, napätie, práca a pod. nadobúdajú hodnoty prevažne nezáporné).

Lomený výraz **upravujeme** podľa potreby tak ako každý iný zlomok, **krátením** pokiaľ
sa dá. Pri riešení úloh s lomenými výrazmi určujeme aj podmienku existencie výrazu.

Napríklad:

Krátime číslom 4. *Krátime výrazom $x-4$.*

$$\frac{12}{32} = \frac{\cancel{12}}{\cancel{32}} = \frac{3}{8} \qquad \frac{3x-12}{2x-8} = \frac{3 \cdot \cancel{(x-4)}}{2 \cdot \cancel{(x-4)}} = \frac{3}{2} \quad x \neq 4$$

Krátime výrazom $x - 3$.

$$\frac{x-3}{x^2-9} = \frac{\cancel{x-3}}{(\cancel{x-3}) \cdot (x+3)} = \frac{1}{x+3} \quad x \neq \pm 3$$

Krátime výrazom $x + 1$.

$$\frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2 \cdot \cancel{(x+1)}}{x \cdot \cancel{(x+1)}} = \frac{2}{x} \quad \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{array}$$

Aby sme mohli lomené výrazy upravovať, čitatele a menovatele zlomkov upravujeme rozkladom na súčin. A to alebo vynímaním, alebo podľa vzorcov.

$$A^2 + 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A + B)^2$$

$$A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B)$$

$$A^2 - 2 \cdot A \cdot B + B^2 = (A - B)^2$$

$$A^3 - B^3 = (A - B) \cdot (A^2 + A \cdot B + B^2)$$

$$A^3 + 3 \cdot A^2 \cdot B + 3 \cdot A \cdot B^2 + B^3 = (A + B)^3$$

$$A^3 + B^3 = (A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2)$$

$$A^3 - 3 \cdot A^2 \cdot B + 3 \cdot A \cdot B^2 - B^3 = (A - B)^3$$

1. Upravte lomené výrazy, určte podmienky existencie výrazu.

Ukážka riešenia:

$$\frac{2x+6}{x^2+3x} = \begin{array}{l} - \text{čitateľa upravíme vyňatím čísla 2 pred zátvorku} \\ - \text{menovateľa upravíme vyňatím } x \text{ pred zátvorku} \end{array}$$

$$= \frac{2 \cdot (x+3)}{x \cdot (x+3)} = \begin{array}{l} - \text{získali sme súčiny, môžeme krátiť výraz } x+3 \end{array} = \frac{2}{x}$$

Určíme podmienku existencie výrazu:

$$x^2 + 3x \neq 0$$

$$x \cdot (x+3) \neq 0$$

$$x \neq 0 \quad x+3 \neq 0 \rightarrow x \neq -3$$

a) $\frac{3x-6}{x^2-2x} =$

b) $\frac{2x+10}{x^2+5x} =$

c) $\frac{2x^2-6x}{3x-9} =$

d) $\frac{4x-x^2}{2x-8} =$

2. Upravte lomené výrazy, určte podmienky existencie výrazu.

Ukážka riešenia:

$$\frac{x^2-36}{x^2+12x+36} = \begin{array}{l} - \text{čitateľa rozložíme podľa vzorca } A^2 - B^2 = (A - B) \cdot (A + B) \\ - \text{menovateľa rozložíme podľa vzorca } A^2 + 2AB + B^2 = (A + B) \cdot (A + B) \end{array}$$

$$= \frac{(x-6) \cdot (x+6)}{(x+6) \cdot (x+6)} = \begin{array}{l} - \text{získali sme súčiny, môžeme krátiť výraz } x+6 \end{array} = \frac{x-6}{x+6}$$

Určíme podmienku: $x^2 + 12x + 36 \neq 0 \quad (x+6) \cdot (x+6) \neq 0 \rightarrow x \neq -6$

viera kolbaska

$$\text{a) } \frac{3x-3}{x^2-2x+1} =$$

$$\text{b) } \frac{x^2-5x}{x^2-10x+25} =$$

$$\text{c) } \frac{x^2+6x+9}{3x+9} =$$

$$\text{d) } \frac{4+4x+x^2}{2x+4} =$$

$$\text{e) } \frac{x^2-25}{x^2+10x+25} =$$

$$\text{f) } \frac{x^2-14x+49}{x^2-49} =$$

3. Upravte lomené výrazy, určte podmienky existencie výrazu.

Ukážka riešenia:

$$\frac{a^3-27}{3a^2-18a+27} =$$

- čitateľa rozložíme podľa vzorca $A^3 - B^3$

- menovateľa rozložíme podľa vzorca $A^2 - 2AB + B^2$, najprv vyjmeme 3

$$= \frac{(a-3) \cdot (a^2+3a+9)}{3 \cdot (a^2-6a+9)} = \frac{(a-3) \cdot (a^2+3a+9)}{3 \cdot (a-3) \cdot (a-3)} =$$

- získali sme súčiny, môžeme krátiť výraz $a-3$

$$= \frac{a^2+3a+9}{3 \cdot (a-3)}$$

Určíme podmienku: $3a^2-18a+27 \neq 0$ $3 \cdot (a-3) \cdot (a-3) \neq 0 \rightarrow a \neq 3$

$$\text{a) } \frac{a^3-8}{3a^2-12a+12} =$$

$$\text{b) } \frac{b^3-25b}{b^3-125} =$$

$$\text{c) } \frac{c^3+3c^2+3c+1}{4c^2+4c} =$$

$$\text{d) } \frac{16-d^2}{d^3+12d^2+48d+64} =$$

$$\text{e) } \frac{m^4-49}{m^6+343} =$$

4. Doplňte do čitateľa alebo menovateľa zlomku výraz tak, aby platila rovnosť.

Pri riešení úloh najprv rozložte výrazy na súčin – ak sa to dá.

$$\text{a) } \frac{a^2-81}{a^2-18a+81} = \frac{a+9}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{b) } \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} = \frac{x}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{c) } \frac{y^3+125}{2y^2+10y+50} = \frac{y+5}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{*d) } \frac{12-d^2}{d^3-8\sqrt{27}} = \frac{d-2\sqrt{3}}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{*e) } \frac{4m^2-4m^3}{3m^6-3m^2} = \frac{\dots\dots\dots}{3(m+1)(m^2+1)}$$

$$\text{f) } \frac{x^3-12x^2+36x}{x^4-216x} = \frac{\dots\dots\dots}{x^2+6x+36}$$

**Či si správne vyriešil úlohy si over u svojho učiteľa matematiky.
Želám Ti pri riešení úloh veľa šťastia.**