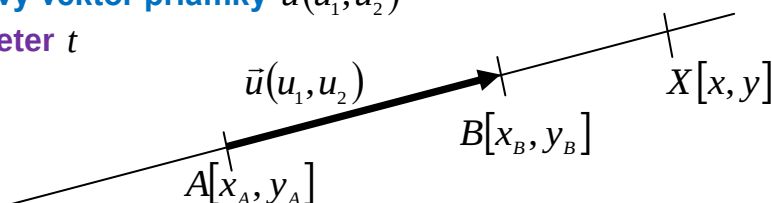


Parametrické rovnice priamky v rovine

Parametrické rovnice priamky obsahujú:

- **súradnice ľubovoľného bodu priamky** $[x, y]$
- **bod, cez ktorý priamka prechádza** (začiatok smerového vektora)
- **smerový vektor priamky** $\vec{u}(u_1, u_2)$
- **parameter** t



Ak máme dané dva body $A[x_A, y_A]$, $B[x_B, y_B]$, cez ktoré priamka prechádza (ktorými je priamka určená), potom **parametrické rovnice tejto priamky** sú:

$$\begin{aligned} x &= x_A + t \cdot u_1 \\ y &= y_A + t \cdot u_2 \end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned} \vec{u} &= B - A & u_1 &= x_B - x_A \\ & & u_2 &= y_B - y_A \end{aligned}$$

1. Napíšte parametrické rovnice priamky danej uvedenými **dvomi bodmi**.

- a) $A[-2, -3]$ a $B[4, -5]$ b) $K[8, -2]$ a $L[-3, 1]$ c) $M[4, 3]$ a $N[-5, 6]$

Riešenie:

a) Parametrické rovnice majú tvar:

$$\begin{aligned} x &= x_A + t \cdot u_1 \\ y &= y_A + t \cdot u_2 \end{aligned}$$

Do týchto rovníc doplníme súradnice bodu $A[-2, -3]$ a súradnice smerového vektora priamky:

$$\begin{aligned} \vec{u} &= B - A & u_1 &= x_B - x_A = 4 - (-2) = 6 \\ & & u_2 &= y_B - y_A = -5 - (-3) = -2 \end{aligned}$$

Potom:

$$\begin{aligned} x &= x_A + t \cdot u_1 & y &= y_A + t \cdot u_2 \\ x &= -2 + t \cdot 6 & y &= -3 + t \cdot (-2) \\ x &= -2 + 6t & y &= -3 - 2t \end{aligned}$$

Odpoveď: Parametrické rovnice priamky sú:

$$\begin{aligned} x &= -2 + 6t \\ y &= -3 - 2t \end{aligned}$$

b) **Odpoveď:** $x = 8 - 11t$ a $y = -2 + 3t$.

c) **Odpoveď:** $x = 4 - 9t$ a $y = 3 + 3t$.

Poznámka: parameter môžeme označovať aj inými písmenami napr. $s, r, q, \dots$

2. Napíšte parametrické rovnice priamky danej **bodom** a **smerovým vektorom**.

- a) $A[2, -3]$, $\vec{u}(-4, 3)$ b) $K[-5, 4]$, $\vec{u}(2, -1)$ c) $M[1, -7]$ a $\vec{u}(-3, 5)$

Riešenie:

a) Parametrické rovnice majú tvar:

$$\begin{aligned}x &= x_A + t \cdot u_1 \\ y &= y_A + t \cdot u_2\end{aligned}$$

Do týchto rovníc doplníme súradnice bodu $A[2, -3]$ a súradnice smerového vektora priamky:

$$\begin{aligned}\vec{u}(-4, 3) \quad u_1 &= -4 \\ u_2 &= 3\end{aligned}$$

Potom:

$$\begin{aligned}x &= x_A + t \cdot u_1 & y &= y_A + t \cdot u_2 \\ x &= 2 + t \cdot (-4) & y &= -3 + t \cdot 3 \\ x &= 2 - 4t & y &= -3 + 3t\end{aligned}$$

Odpoveď: Parametrické rovnice priamky sú:

$$\begin{aligned}x &= 2 - 4t \\ y &= -3 + 3t\end{aligned}$$

b) **Odpoveď:** $x = -5 + 2t$ a $y = 4 - t$

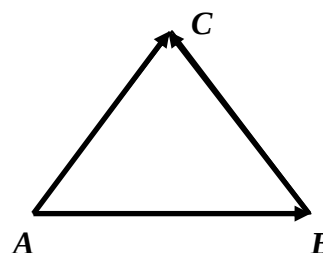
c) **Odpoveď:** $x = 1 - 3t$ a $y = -7 + 5t$

3. Napíšte parametrické rovnice priamok, na ktorých ležia strany trojuholníka ABC , ak vrcholy trojuholníka majú súradnice:

- a) $A[0, -3]$, $B[-4, -3]$, $C[-2, 6]$ b) $A[7, 4]$, $B[0, -5]$, $C[6, 6]$

Riešenie:

Trojuholníky načrtneme, vypočítame súradnice smerových vektorov pre jednotlivé strany a potom doplníme súradnice vrcholov a príslušných smerových vektorov do rovníc.



a) **Strana AC**

Smerový vektor je:

$$\vec{u} = C - A$$

$$u_1 = x_C - x_A = -2 - 0 = -2$$

$$u_2 = y_C - y_A = 6 - (-3) = 9$$

Parametrické rovnice sú:

$$\begin{aligned}x &= x_A + t \cdot u_1 & y &= y_A + t \cdot u_2 \\ x &= 0 + t \cdot (-2) & y &= -3 + t \cdot 9 \\ x &= -2t & y &= -3 + 9t\end{aligned}$$

Odpoveď:

Strana AC: $x = -2t$ a $y = -3 + 9t$

Strana AB: $x = -4t$ a $y = -3$

Strana BC: $x = -4 + 2t$ a $y = -3 + 9t$

b) **Strana AB:** $x = 7 - 7t$ a $y = 4 - 9t$

Strana BC: $x = 6t$ a $y = -5 + 11t$

Strana AC: $x = 7 - t$ a $y = 4 + 2t$

4. Napíšte parametrické rovnice priamok, na ktorých ležia ťažnice trojuholníka ABC , ak vrcholy trojuholníka majú súradnice:

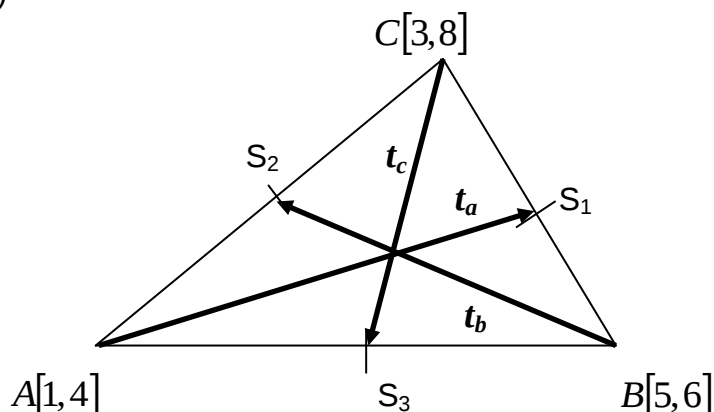
a) $A[1, 4]$, $B[5, 6]$, $C[3, 8]$

b) $A[-2, 4]$, $B[5, 0]$, $C[-6, -2]$

Poznámka: **ťažnica je úsečka**, ktorej začiatok je jeden z vrcholov trojuholníka a koniec je stred strany ležiacej oproti tomu vrcholu.

Riešenie:

Načrtne trojuholníky, vyznačíme stredy strán a potom ťažnice na jednotlivé strany.



Ťažnica t_a na stranu a je úsečka AS_1 , smerový vektor je $\vec{u} = S_1 - A$.

Musíme vypočítať súradnice bodu S_1 – stred strany BC :

$$x_{S_1} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4 \quad y_{S_1} = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{6 + 8}{2} = 7 \quad S_1[4, 7]$$

Súradnice smerového vektora sú:

$$\vec{u} = S_1 - A$$

$$u_1 = x_{S_1} - x_A = 4 - 1 = 3$$

$$u_2 = y_{S_1} - y_A = 7 - 4 = 3$$

Parametrické rovnice sú:

$$x = x_A + t \cdot u_1 \quad y = y_A + t \cdot u_2$$

$$x = 1 + t \cdot 3 \quad y = 4 + t \cdot 3$$

$$x = 1 + 3t \quad y = 4 + 3t$$

Odpoveď:

Parametrické rovnice priamky, na ktorej leží ťažnica t_a sú: $x = 1 + 3t$ a $y = 4 + 3t$.

Ťažnica t_b na stranu b je úsečka BS_2 , smerový vektor je $\vec{u} = S_2 - B$, stred strany AC má súradnice $S_2[2, 6]$. Parametrické rovnice sú: $x = 5 - 3t$ a $y = 6$.

Ťažnica t_c na stranu c je úsečka CS_3 , smerový vektor je $\vec{u} = S_3 - C$, stred strany AB má súradnice $S_3[3, 5]$. Parametrické rovnice sú: $x = 1 + 4t$ a $y = 4 + 2t$.

b) $A[-2,4], B[5,0], C[-6,-2]$

$t_a : x = -2 + 1,5t \text{ a } y = 4 - 5t$

$t_b : x = 5 - 9t \text{ a } y = t$

$t_c : x = 1 + 3t \text{ a } y = 4 + 3t$

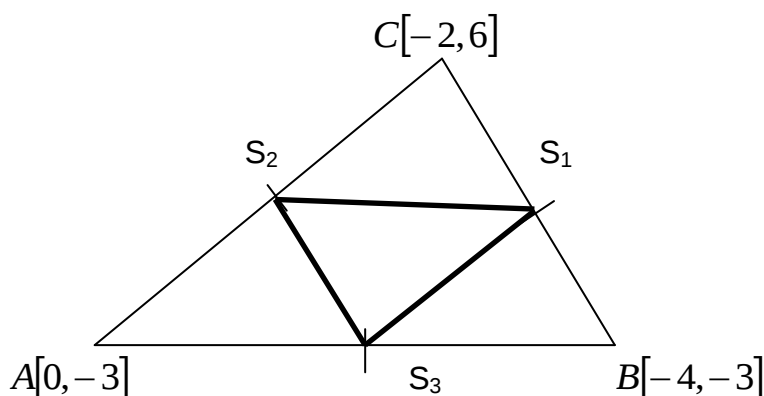
5. Napíšte parametrické rovnice priamok, na ktorých ležia stredné priečky trojuholníka ABC , ak vrcholy trojuholníka majú súradnice:

$$A[0, -3], B[-4, -3], C[-2, 6]$$

Poznámka: **stredná priečka** trojuholníka je úsečka, ktorej koncové body sú **stredmi** protiľahlých strán daného trojuholníka. Dĺžka tejto úsečky je polovicou dĺžky protiľahlej strany trojuholníka.

Riešenie:

Načrtneme trojuholník, vyznačíme stredy strán a potom stredné priečky trojuholníka. Ako prvé odporúčame vypočítať súradnice stredov všetkých troch strán.



Musíme vypočítať súradnice bodu S_1 – stredu strany BC a S_2 – stredu strany AC :

$$x_{S_1} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-4 + (-2)}{2} = -3 \quad y_{S_1} = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-3 + 6}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad S_1[-3; 1,5]$$

$$x_{S_2} = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{0 + (-2)}{2} = -1 \quad y_{S_2} = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-3 + 6}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad S_2[-1; 1,5]$$

Vypočítame súradnice smerového vektora $\vec{u} = S_2 - S_1$, $\vec{u}(2, 0)$.

Parametrické rovnice strednej priečky S_1S_2 sú:

$$\begin{aligned} x &= x_{S_1} + t \cdot u_1 & y &= y_{S_1} + t \cdot u_2 \\ x &= -3 + t \cdot 2 & y &= 1,5 + t \cdot 0 \\ x &= -3 + 2t & y &= 1,5 \end{aligned}$$

Ďalšie stredné priečky si vypočítajte samostatne.