

Pravdepodobnosť

Pojem **pravdepodobnosť** spozná skoro každý z nás skôr ako sa o ňom začne hovoriť v matematike.

Hovoríme si **že niečo je viac alebo menej pravdepodobné**

Ak sa máme rozhodnúť, hádžeme mincou a hovoríme, že šance na výhru sú 1 : 2 alebo, že pravdepodobnosť hodenia čísla je 50 %.

Ak hádžeme bežnou hracou kockou, hovoríme, že na hodenie „šestky“ máme šance 1 : 6 alebo, že pravdepodobnosť hodenia „šestky“ je asi 33 %.

Pri riešení úloh z pravdepodobnosti v matematike pracujeme s týmito pojmami:

- ➡ **náhodný pokus (je činnosť, ktorá sa niekoľkokrát opakuje za rovnakých alebo približne rovnakých podmienok a ktorej výsledok je neistý, závislý od náhody)**
- ➡ **náhodný jav (hovoríme aj udalosť – je výsledok náhodného pokusu, o ktorom môžeme rozhodnúť, či je pravdivý)**
- ➡ **istý jav (je jav, ktorý pri danom náhodnom pokuse vždy nastane)**
- ➡ **nemožný jav (je jav, ktorý pri danom náhodnom pokuse nikdy nenastane)**

Vysvetlíme si tieto pojmy na úlohách.

náhodný pokus	náhodný jav (elementárny)	istý jav	nemožný jav
Hod mincou	<i>Padlo číslo. Padol znak.</i>	<i>Padlo číslo alebo znak.</i>	<i>Padlo číslo 2.</i>
Hod kockou	<i>Padne stena s 1 bodom. Padne stena s 2 bodmi. Padne stena s 3 bodmi. Padne stena so 4 bodmi. Padne stena s 5 bodmi. Padne stena so 6 bodmi.</i>	<i>Padne stena s párnym počtom bodov.</i>	<i>Padne stena s počtom bodov väčším ako šesť. Padne stena s počtom bodov menším ako 1.</i>
Výber číslíce z číslíc desiatkovej pozičnej sústavy	<i>Vyberieme číslicu 0. Vyberieme číslicu 1. Vyberieme číslicu 2. Vyberieme číslicu 3. Vyberieme číslicu 4. Vyberieme číslicu 5. Vyberieme číslicu 6. Vyberieme číslicu 7. Vyberieme číslicu 8. Vyberieme číslicu 9.</i>	<i>Vyberieme číslicu menšiu ako 4.</i>	<i>Vyberieme číslicu väčšiu ako 9. Vyberieme číslicu, ktorá je dvojnásobkom číslíce 7.</i>

Tvorba dvojciferného čísla	Vytvoríme číslo 10. Vytvoríme číslo 11. Vytvoríme číslo 12. Vytvoríme číslo 13. . . . Vytvoríme číslo 99.	Vytvoríme párne dvojciferné číslo.	Vytvoríme dvojciferné číslo väčšie ako 99.
----------------------------	--	------------------------------------	--

Tab. 1

Príklad 1

Hádzeme jednoeurovkou. Zapište, ktoré z uvedených javov sú nemožné, a ktoré náhodné:

Padlo číslo 1. Padol znak. Minca padla na hranu. Padlo číslo 10. Minca padla do diery. Minca sa stratila.

Riešenie:

náhodný pokus	náhodný jav	nemožný jav
Hod jednoeurovkou	<i>Padlo číslo 1. Padol znak.</i>	<i>Padlo číslo 10. Minca padla na hranu. Minca padla do diery. Minca sa stratila.</i>

Cvičenie 1. 1

Hádzeme hracou kockou. Zapište, ktoré z uvedených javov sú nemožné, a ktoré náhodné:

Padne stena s 1 bodom. Padne stena s párnym počtom bodov.

Padne stena s 5 bodmi. Padne stena s počtom bodov väčším ako 3.

Padne stena s počtom bodov menším ako jeden.

Padne stena so 6 bodmi.

Padne stena s počtom bodov väčším ako šesť.

Padne stena s počtom bodov väčším ako 3 a menším ako 4.

Padne stena s počtom bodov deliteľným číslom 5.

Cvičenie 1. 2

V tombole je 100 lístkov s číslami od 1 do 100. Vhodili ich do urny a losujú jeden lístok. Z uvedených javov vypíšte náhodné javy:

Vylosujeme lístok s číslom 52.

Vylosujeme lístok s párnym číslom.

Vylosujeme lístok s číslom deliteľným číslom 11.

Vylosujeme lístok s prvočíslom.

Vylosujeme lístok s nepárnym číslom väčším ako 99.

Vylosujeme lístok s číslom menším ako 10.

Vylosujeme lístok s číslom menším ako 10 súčasne deliteľným číslom 10.

Cvičenie 1. 3

Hádzeme dvomi mincami. Zapište, ktoré z uvedených javov sú nemožné, a ktoré náhodné:

Padla dvojica znak - znak. Padla dvojica znak – číslo .

Jedna minca padla na hranu, na druhej padol znak. Padla dvojica číslo – číslo .

Jedna z mincí sa stratila. Na jednej minci padlo číslo a na druhej nič.

Cvičenie 1. 4

Hádzeme dvomi hracími kockami. Zapište, ktoré z uvedených javov sú nemožné, a ktoré náhodné:

Padla dvojica 1 – 2. Na jednej kocke padlo číslo 3 a na druhej 7.

Na kockách padli čísla 5 a 6.

Na jednej kocke padlo číslo menšie ako 4 a na druhej väčšie ako 3.

Na oboch kockách padli rovnaké čísla. Padla dvojica 3 – 4.

Na oboch kockách padli čísla deliteľné číslom 8.

Poznámka: *namiesto počtu bodov na stenách kocky budeme písať len číslo.*

Príklad 2

Vypíšte všetky náhodné elementárne javy daných náhodných pokusov:

a) hod dvomi hracími kockami

b) hod dvomi mincami

Riešenie:

a) Náhodný pokus: Hod dvomi hracími kockami

Všetky elementárne javy sa nám oplatí zapísať do tabuľky pomocou čísel, ktoré budú reprezentovať počty bodov na stenách kociek.

Z kombinatoriky vieme, že ich bude 36.

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

b) Náhodný pokus: Hod dvomi mincami

Všetky elementárne javy sa nám oplatí zapísať do tabuľky pomocou znakov, ktoré budú reprezentovať jednu a druhú stranu mince:

Znak – Z

Číslo – Č

Z kombinatoriky vieme, že budú 4.

Z, Z	Z, Č
Č, Z	Č, Č

Cvičenie 2

Vypíšte všetky náhodné javy daných náhodných pokusov:

- výber dvoch chlapcov zo skupiny, v ktorej sú Karol, Jozef, Milan, Adam, Fero, Peter,
- výber troch dievčat zo skupiny, v ktorej sú Anna, Beáta, Magda, Petra, Júlia, Helena,
- zostavovanie tanečného páru chlapec – dievča zo skupiny tanečníkov Katarína, Miloš, Beáta, Cecília, Dominika, Peter,
- zostavovanie prirodzených dvojčiferných čísel z cifier 2, 3, 4, 5 tak, aby sa žiadna cifra neopakovala,
- zostavovanie trojčiferných prirodzených čísel z cifier 0, 1, 2, 3.

Poznámka: pri riešení cvičenia použite vedomosti z kombinatoriky.

Príklad 3

Vypočítajte početnosť javov:

- Padne párne číslo pri hode jednou hracou kockou.*
- Padne číslo menšie ako 4 pri hode hracou kockou.*
- Padne číslo deliteľné číslom 3 pri hode hracou kockou.*

Riešenie:

Vypočítať početnosť javov znamená **určiť počet všetkých elementárnych javov**, teda výsledkov daného pokusu.

- Pri hode jednou hracou kockou je 6 náhodných elementárnych javov, pozri Tab. 1. Z nich danému javu vyhovujú:

Padne číslo 2.

Padne číslo 4.

Padne číslo 6.

Potom je **početnosť javu** Padne párne číslo pri hode jednou hracou kockou **3**.

- Javu Padne číslo menšie ako 4 pri hode hracou kockou vyhovujú elementárne javy:

Padne číslo 1.

Padne číslo 2.

Padne číslo 3.

Potom je **početnosť javu** Padne číslo menšie ako 4 pri hode hracou kockou tiež **3**.

- c) Javu *Padne číslo deliteľné číslom 3 pri hode hracou kockou.* vyhovujú elementárne javy:
Padne číslo 3.
Padne číslo 6.
- d) Potom je **početnosť javu** *Padne číslo deliteľné číslom 3 pri hode hracou kockou.* je 2.

Cvičenie 3. 1

Vypočítajte početnosť javov:

- a) *Pri hode dvomi hracími kockami padnú na oboch kockách nepárne čísla.*
- b) *Pri hode dvomi hracími kockami padne jedno párne a jedno nepárne číslo.*
- c) *Pri hode dvomi hracími kockami padne na prvej kocke číslo menšie ako na druhej kocke.*
- d) *Pri hode dvomi hracími kockami padne súčet 7.*
- e) *Pri hode dvomi hracími kockami padne rozdiel 2.*
- f) *Pri hode dvomi hracími kockami padne podiel 2.*

Cvičenie 3. 2

Vypočítajte početnosť javov:

- a) *Pri hode dvomi mincami padne dvojica znak – znak.*
- b) *Pri hode dvomi mincami padne na jednej z nich číslo.*
- c) *Pri hode dvomi mincami padne na oboch minciach to isté.*

Cvičenie 3. 3

Určte početnosť javov:

- a) *Pri tvorbe dvojčiferného prirodzeného čísla z cifier 2, 4, 6, zostavíme číslo deliteľné číslom 3.*
- b) *Pri tvorbe trojčiferného prirodzeného čísla z cifier 0, 2, 5, 7, v ktorom sa cifry neopakujú, vytvoríme číslo párne.*
- c) *Pri tvorbe štvorčiferného čísla z cifier 1, 2, 3, 4, v ktorom sa cifry neopakujú, vytvoríme číslo končiace sa cifrou 4.*
- d) *Pri tvorbe dvojčiferného čísla z cifier 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 získame číslo, ktorého súčet cifier je 6.*

Cvičenie 3. 4

Aká je početnosť javov?

- a) *Pri výbere dvoch chlapcov zo skupiny Karol, Juraj, Peter, Dušan, Miloš, bude jeden z vybraných chlapcov Karol.*
- b) *Pri výbere kapitánky a brankárky do družstva bude zo skupiny dievčat Anky, Danky, Hanky, Janky, Evky, Majky za kapitána vybraná Danko.*
- c) *Pri vytváraní trojice zástupcov (predseda, pokladník, hovorca) do triednej rady bude v trojici Juraj, Fero, Emil predsedom Emil.*

V nasledujúcich úlohách je práve jedna odpoveď správna.

1. Pri hode hracou kockou môže nastať
- (A) 6 náhodných javov
 - (B) 3 náhodné javy
 - (C) žiadny náhodný jav
 - (D) 1 náhodný jav

2. Pri hode dvomi hracími kockami nikdy nenastane tento jav

- (A) padne dvojica (6, 6)
- (B) padne dvojica (0, 5)
- (C) padne dvojica párnych čísel
- (D) padne dvojica nepárnych čísel

3. V sérii 100 výrobkov je 10 nepodarkov. Kontrolór z každej série vyberá vždy 5 výrobkov. Početnosť javu, že dva z nich budú nepodarky, je

- (A) 45
- (B) 10 573 200
- (C) 352 440
- (D) 252

4. V sérii „žolíkových kariet“ sú 4 farby a z každej farby je 13 kariet. Na začiatku hry každý hráč dostáva naraz 6 kariet. Početnosť javu, že prvý z hráčov bude mať 3 esá, je

- (A) 4
- (B) 69 184
- (C) 76 344 450
- (D) 715

5. Záhradník dostal za úlohu vysadiť záhon tulipánov. Dostal vrečko s 20 cibulami bielych tulipánov, 10 cibulami červených a 15 cibulami žltých tulipánov. Početnosť javu, že pri výbere troch tulipánov vyberie všetky tri cibulky žltých tulipánov, je

- (A) 14 190
- (B) 3 000
- (C) 9 000
- (D) 455

6. Školník má v škatuli so žiarovkami 8 dobrých a 2 zlé žiarovky. V jednej z tried potrebuje vymeniť 3 žiarovky. Aká je početnosť javu, že medzi vybranými tromi žiarovkami bude jedna zlá?

- (A) 10
- (B) 240
- (C) 56
- (D) 2