

Rozklady pomocou vynímania pred zátvorku

Vynímanie pred zátvorku ste sa učili už na základnej škole.

Vynímali ste **číslo**, neskôr **neznámu** z rôznych výrazov.

Vždy sa vynímala „**maximálna hodnota**“, to znamená **najväčší spoločný deliteľ** jednotlivých členov vo výraze.

Vynímanie si ukážeme postupne od najjednoduchších úloh.

Najprv budeme vynímať číslo.

Úloha 1

Vyjmite pred zátvorku:

a)

$$10x - 5y =$$

$$16a + 24b =$$

$$-5xy - 10rs =$$

$$-56a^2 + 8b - 64c^3 =$$

$$12x - 10y + 16z =$$

b)

$$0,5x - 0,25y =$$

$$-1,2a + 2,4b =$$

$$3,5ab - 0,7cd + 1,4 =$$

$$0,2x^2 - 0,4y + 2,6z =$$

c)

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5}b =$$

$$-\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y - \frac{5}{8}z =$$

$$\frac{3}{10} + \frac{1}{10}p^2 + \frac{7}{10}r^2 =$$

Riešenie:

a)

Vynímať máme **najväčšieho spoločného deliteľa** z jednotlivých členov výrazu.

Vo výraze $10x - 5y$ máme dva členy, preto najväčšieho spoločného deliteľa určujeme pre

$10x$ a pre $-5y$.

Je to číslo **5** (delí 10 aj -5 bez zvyšku).

Týmto číslom **podelíme oba členy**:

$$10x : 5 = 2x$$

$$-5y : 5 = -1 \cdot y = -y$$

Potom je výsledok vynímania: $10x - 5y = 5 \cdot (2x - y)$

Či je riešenie správne, zistíme roznásobením vzniknutej zátvorky.

Skúška správnosti: $5 \cdot (2x - y) = 5 \cdot 2x - 5 \cdot y = 10x - 5y$.

Vo výraze $16a + 24b$ máme dva členy, preto najväčšieho spoločného deliteľa určujeme pre $16a$ a pre $24b$.

Je to číslo **8** (delí číslo 16 a 24 bez zvyšku).

Týmto číslom **podelíme oba členy**:

$$16a : 8 = 2a$$

$$24b : 8 = 3b$$

Potom je výsledok vynímania: $6a + 24b = 8 \cdot (2a + 3b)$

Skúška správnosti: $8 \cdot (2a + 3b) = 8 \cdot 2a + 8 \cdot 3b = 16a + 24b$.

Vo výraze $-5xy - 10rs$ máme dva členy, preto najväčšieho spoločného deliteľa určujeme pre $-5xy$ a pre $-10rs$.

Je to číslo **-5** (delí bez zvyšku číslo -5 aj -10).

Týmto číslom **podelíme oba členy**:

$$-5xy : (-5) = 1 \cdot xy = xy$$

$$-10rs : (-5) = 2rs$$

Potom je výsledok vynímania: $-5xy - 10rs = -5 \cdot (xy + 2rs)$

Skúška správnosti: $-5 \cdot (xy + 2rs) = -5 \cdot xy - 5 \cdot 2rs = -5xy - 10rs$.

Vo výraze $-56a^2 + 8b - 64c^3$ máme tri členy, preto najväčšieho spoločného deliteľa určujeme pre $-56a^2$, $8b$, $-64c^3$.

Je to číslo **-8** (delí bez zvyšku čísla -56 , 8 , -64).

Týmto číslom **podelíme všetky členy**:

$$-64c^3 : 8 = -8c^3$$

$$8b : 8 = 1 \cdot b = b$$

$$-56a^2 : 8 = -7a^2$$

Potom je výsledok vynímania: $-56a^2 + 8b - 64c^3 = 8 \cdot (-7a^2 + b - 8c^3)$

Skúška správnosti:

$$8 \cdot (-7a^2 + b - 8c^3) = 8 \cdot (-7a^2) + 8 \cdot b + 8 \cdot (-8c^3) = -56a^2 + 8b - 64c^3.$$

b) Postup riešenia je taký istý ako v prípade a):

- najprv určíme najväčšieho spoločného **deliteľa** členov výrazu
- potom týmto deliteľom **vydelíme** každého člena výrazu
- výsledky **delenia** zapíšeme do zátvorky

$$0,5x - 0,25y =$$

Najväčší spoločný deliteľ: **0,5**

Delenie:

$$-0,25y : 0,5 = -0,5y$$

$$0,5x : 0,5 = 1 \cdot x = x$$

$$\text{Výsledok: } 0,5x - 0,25y = 0,5 \cdot (x - 0,5y)$$

$$\text{Skúška správnosti: } 0,5 \cdot (x - 0,5y) = 0,5 \cdot x + 0,5 \cdot (-0,5y) = 0,5x - 0,25y.$$

$$-1,2a + 2,4b =$$

Najväčší spoločný deliteľ: **-1,2 (mohli by sme použiť aj 1,2)**

Delenie:

$$-1,2a : (-1,2) = 1 \cdot a = a$$

$$2,4b : (-1,2) = -2b$$

$$\text{Výsledok: } -1,2a + 2,4b = -1,2 \cdot (a - 2b)$$

$$\text{Skúška správnosti: } -1,2 \cdot (a - 2b) = -1,2 \cdot a - 1,2 \cdot (-2b) = -1,2a + 2,4b.$$

$$3,5ab - 0,7cd + 1,4 =$$

Najväčší spoločný deliteľ: **0,7**

Delenie:

$$3,5ab : 0,7 = 5ab$$

$$-0,7cd : 0,7 = -1cd = -cd$$

$$1,4 : 0,7 = 2$$

$$\text{Výsledok: } 3,5ab - 0,7cd + 1,4 = 0,7 \cdot (5ab - cd + 2)$$

Skúška správnosti:

$$0,7 \cdot (5ab - cd + 2) = 0,7 \cdot 5ab + 0,7 \cdot (-cd) + 0,7 \cdot 2 = 3,5ab - 0,7cd + 1,4.$$

c) Postup riešenia je taký istý ako v prípade a), b):

- najprv určíme najväčšieho spoločného **deliteľa** členov výrazu
- potom týmto deliteľom vy**delíme** každého člena výrazu
- výsledky **delenia** zapíšeme do zátvorky

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $\frac{1}{4}$

$$\text{Delenie: } -\frac{1}{4} : \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1} = -1$$

$$\frac{3}{4}x : \frac{1}{4} = \frac{3x}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12x}{4} = 3x$$

Výsledek: $\frac{3}{4}x - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot (3x - 1)$

Skúška správnosti: $\frac{1}{4} \cdot (3x - 1) = \frac{1}{4} \cdot 3x + \frac{1}{4} \cdot (-1) = \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$.

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5}b =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $\frac{2}{5}$

Delenie: $\frac{2}{5} : \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$

$$\frac{4}{5}b : \frac{2}{5} = \frac{4b}{5} \cdot \frac{5}{2} = \frac{20b}{10} = 2b$$

Výsledek: $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}b = \frac{2}{5} \cdot (1 + 2b)$

Skúška správnosti: $\frac{2}{5} \cdot (1 + 2b) = \frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{2}{5} \cdot 2b = \frac{2}{5} + \frac{4b}{5} = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}b$.

$$-\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y - \frac{5}{8}z =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $\frac{1}{8}$

Delenie: $-\frac{3}{8}x : \frac{1}{8} = -\frac{3x}{8} \cdot \frac{8}{1} = -\frac{24x}{8} = -3x$

$$\frac{1}{8}y : \frac{1}{8} = \frac{y}{8} \cdot \frac{8}{1} = \frac{8y}{8} = y$$

$$-\frac{5}{8}z : \frac{1}{8} = -\frac{5z}{8} \cdot \frac{8}{1} = -\frac{40z}{8} = -5z$$

Výsledek: $-\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y - \frac{5}{8}z = \frac{1}{8} \cdot (-3x + y - 5z)$

Skúška správnosti:

$$\frac{1}{8} \cdot (-3x + y - 5z) = \frac{1}{8} \cdot (-3x) + \frac{1}{8} \cdot y + \frac{1}{8} \cdot (-5z) = -\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}y - \frac{5}{8}z.$$

Úloha 2 Vyjmite pred zátvorku:

a) $2xy - 6xz + 12x =$

b) $x^2 + xy - x^3 =$

c) $-5a + 20ab - 10a^2 =$

d) $0,2R^2 - 0,4R =$

e) $\frac{R}{2} - \frac{R^3}{6} + \frac{5R^2}{12} =$

f) $\frac{7}{3}d^5 + \frac{5}{6}d^4 - \frac{1}{9}d^2 + \frac{1}{18}d =$

Riešenie:

Postup riešenia je taký istý ako v prípade **Úlohy 1**:

- najprv určíme najväčšieho spoločného **deliteľa** členov výrazu

- potom týmto deliteľom **vydelíme** každého člena výrazu

- výsledky **delenia** zapíšeme do zátvorky

Pri riešení však budeme používať aj počítanie s mocninami:

- ak mocniny s rovnakým základom **delíme**, základ opíšeme a exponenty **odčítame**

- ak mocniny s rovnakým základom **násobíme**, základ opíšeme a exponenty **sčítame**

a) $2xy - 6xz + 12x =$

Najväčší spoločný deliteľ: **2x** (môžeme ním deliť bez zvyšku každého člena)

Delenie: $2xy : (2x) = y$

$$-6xz : (2x) = -3z$$

$$12x : (2x) = 6$$

Výsledok: $2xy - 6xz + 12x = 2x \cdot (y - 3z + 6)$

Skúška správnosti: $2x \cdot (y - 3z + 6) = 2x \cdot y + 2x \cdot (-3z) + 2x \cdot 6 = 2xy - 6xz + 12x.$

b) $x^2 + xy - x^3 =$

Najväčší spoločný deliteľ: **x** (môžeme ním deliť bez zvyšku každého člena)

Delenie: $x^2 : x = x^2 : x^1 = x^{2-1} = x^1 = x$

$$xy : x = x^1y : x^1 = x^{1-1}y = x^0y = 1 \cdot y = y$$

$$-x^3 : x = -x^3 : x^1 = -x^{3-1} = -x^2$$

Výsledok: $x^2 + xy - x^3 = x \cdot (x + y - x^2)$

Skúška správnosti: $x \cdot (x + y - x^2) = x \cdot x + x \cdot y + x \cdot (-x^2) = x^2 + xy - x^3$

c) $-5a + 20ab - 10a^2 =$

Najväčší spoločný deliteľ: **-5a** (môžeme ním deliť bez zvyšku každého člena)

Delenie: $-5a : (-5a) = 1$

$$20ab : (-5a) = -4b$$

$$-10a^2 : (-5a) = 2a$$

Výsledok: $-5a + 20ab - 10a^2 = -5a \cdot (1 - 4b + 2a)$

Skúška správnosti: $-5a \cdot (1 - 4b + 2a) = -5a \cdot 1 - 5a \cdot (-4b) - 5a \cdot (2a) = -5a + 20ab - 10a^2$

$$d) 0,2R^2 - 0,4R =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $0,2R$

$$\text{Delenie: } 0,2R^2 : (0,2R) = R$$

$$-0,4R : (0,2R) = -2$$

$$\text{Výsledok: } 0,2R^2 - 0,4R = 0,2R \cdot (R - 2)$$

$$\text{Skúška správnosti: } 0,2R \cdot (R - 2) = 0,2R \cdot R + 0,2R \cdot (-2) = 0,2R^2 - 0,4R$$

$$e) \frac{R}{2} - \frac{R^3}{6} + \frac{5R^2}{12} =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $\frac{R}{2}$

$$\text{Delenie: } \frac{R}{2} : \frac{R}{2} = 1$$

$$-\frac{R^3}{6} : \frac{R}{2} = -\frac{R^3}{6} \cdot \frac{2}{R} = -\frac{2R^3}{6R} = -\frac{R^2}{3}$$

$$\frac{5R^2}{12} : \frac{R}{2} = \frac{5R^2}{12} \cdot \frac{2}{R} = \frac{10R^2}{12R} = \frac{5R}{6}$$

$$\text{Výsledok: } \frac{R}{2} - \frac{R^3}{6} + \frac{5R^2}{12} = \frac{R}{2} \cdot \left(1 - \frac{R^2}{3} + \frac{5R}{6} \right)$$

$$\text{Skúška správnosti: } \frac{R}{2} \cdot \left(1 - \frac{R^2}{3} + \frac{5R}{6} \right) = \frac{R}{2} \cdot 1 + \frac{R}{2} \cdot \left(-\frac{R^2}{3} \right) + \frac{R}{2} \cdot \left(\frac{5R}{6} \right) = \frac{R}{2} - \frac{R^3}{6} + \frac{5R^2}{12}$$

$$f) \frac{7}{3}d^5 + \frac{5}{6}d^4 - \frac{1}{9}d^2 + \frac{1}{18}d =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $\frac{d}{3}$

$$\text{Delenie: } \frac{7}{3}d^5 : \frac{d}{3} = \frac{7d^5}{3} \cdot \frac{3}{d} = \frac{21d^5}{3d^1} = 7d^4$$

$$\frac{5}{6}d^4 : \frac{d}{3} = \frac{5d^4}{6} \cdot \frac{3}{d} = \frac{15d^4}{6d^1} = \frac{5d^3}{2}$$

$$-\frac{1}{9}d^2 : \frac{d}{3} = -\frac{d^2}{9} \cdot \frac{3}{d} = -\frac{3d^2}{9d} = -\frac{d}{3}$$

$$\frac{1}{18}d : \frac{d}{3} = \frac{d}{18} \cdot \frac{3}{d} = \frac{3d}{18d} = \frac{1}{6}$$

Výsledok: $\frac{7}{3}d^5 + \frac{5}{6}d^4 - \frac{1}{9}d^2 + \frac{1}{18}d = \frac{d}{3} \cdot \left(7d^4 + \frac{5d^3}{2} - \frac{d}{3} + \frac{1}{6}\right)$

Skúška správnosti:

$$\frac{d}{3} \cdot \left(7d^4 + \frac{5d^3}{2} - \frac{d}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{d}{3} \cdot (7d^4) + \frac{d}{3} \cdot \frac{5d^3}{2} + \frac{d}{3} \cdot \left(-\frac{d}{3}\right) + \frac{d}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{7}{3}d^5 + \frac{5}{6}d^4 - \frac{1}{9}d^2 + \frac{1}{18}d$$

Poznámka o najväčšom spoločnom deliteľovi:

Najväčší spoločný deliteľ čísel 20, 15, 60 je číslo 5 (delíme ním bez zvyšku všetky dané čísla).

Najväčší spoločný deliteľ mocnín x^2 , x^3 , x^5 je x^2 (môžeme ním deliť všetky dané mocniny).

Okrem tzv. jednoduchého vynímania poznáme postupné vynímanie.

Ukážeme si ho na ďalších úlohách.

Úloha 3

Upravte pomocou vynímania dané výrazy.

$$3 \cdot (a - b) + c \cdot (a - b) =$$

$$2a \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) =$$

$$x \cdot (a + 2) - 4 \cdot (a + 2) =$$

$$-4 \cdot (x + y) - a \cdot (x + y) =$$

Riešenie:

Vynímali sme pred zátvorku rôzne čísla, neznáme a mocniny.

Vynímať môžeme aj **zátvorku**, „*ktorá delí členy vo výraze*“.

$$3 \cdot (a - b) + c \cdot (a - b) =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $(a - b)$

Výsledok: $3 \cdot (a - b) + c \cdot (a - b) = (a - b) \cdot (3 + c)$

Skúška správnosti:

$$(a - b) \cdot (3 + c) = (a - b) \cdot 3 + (a - b) \cdot c = 3 \cdot (a - b) + c \cdot (a - b)$$

$$2a \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $(x - 1)$

Výsledok: $2a \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1) = (x - 1) \cdot (2a + 3)$

Skúška správnosti:

$$(x - 1) \cdot (2a + 3) = (x - 1) \cdot 2a + (x - 1) \cdot 3 = 2a \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x - 1)$$

Násobenie je komutatívne, nezáleží v akom poradí násobíme, platí:

$$(a - b) \cdot 3 = 3 \cdot (a - b)$$

$$(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b)$$

$$x \cdot (a+2) - 4 \cdot (a+2) =$$

Najväčší spoločný deliteľ: $(a+2)$

Výsledok: $x \cdot (a+2) - 4 \cdot (a+2) = (a+2) \cdot (x-4)$

Skúška správnosti: $(a+2) \cdot (x-4) = (a+2) \cdot x + (a+2) \cdot (-4) = x \cdot (a+2) - 4 \cdot (a+2)$

Ak vieme samostatne vyriešiť aj poslednú úlohu, môžeme riešiť úlohu na postupné vynímanie.

Úloha 4

Upravte vyňatím pred zátvorku:

$$3x - 6y + ax - 2ay = \quad 5a + 10b + xa + 2bx =$$

$$x^2 - x + 2x - 2 = \quad y^5 - 2y^3 + xy^2 - 2x =$$

Riešenie:

V úlohe 3 sme vynímali pred zátvorku „zátvorku“ – o to vlastne ide v postupnom vynímaní.

Upravíme si štvorčleny jednoduchým vynímaním tak, aby sme získali „rovnakú zátvorku“.

No a to je najťažšie z celej úlohy. Tú potom vyjmeme.

$$3x - 6y + ax - 2ay =$$

Úprava štvorčlena: $3x - 6y + ax - 2ay = (3x - 6y) + (ax - 2ay) =$

$$= 3 \cdot (x - 2y) + a \cdot (x - 2y) = \text{jednoduché vynímanie}$$

$$= (x - 2y) \cdot (3 + a) \text{ výsledok}$$

$$5a + 10b + xa + 2bx =$$

Úprava štvorčlena: $5a + 10b + xa + 2bx = (5a + 10b) + (xa + 2bx) =$

$$= 5 \cdot (a + 2b) + x \cdot (a + 2b) = \text{jednoduché vynímanie}$$

$$= (a + 2b) \cdot (5 + x) \text{ výsledok}$$

$$x^2 - x + 2x - 2 =$$

Úprava štvorčlena: $x^2 - x + 2x - 2 = (x^2 - x) + (2x - 2) =$

$$= x \cdot (x - 1) + 2 \cdot (x - 1) = \text{jednoduché vynímanie}$$

$$= (x - 1) \cdot (x + 2) \text{ výsledok}$$

Poznámka: postup riešenia použitý v úlohe 4 nazývame postupným vynímaním.

- Úlohy na precvičenie nájdete v zbierke č. 1, str. 66/2.2.19, 2.2.20, 2.2.21.
- Alebo v učebnici č. 1, str. 103/Príklad 2, Cvičenie 2, str. 104/Príklad 3, Cvičenie 3.
- Ak chcete viac úloh na precvičenie, napíšte viera.kolbaska@spschalova.sk.